

物理

左上一箇所でもチキス留め

受付番号: SJ0119
エントリーID: 797

筑波大学

朝永振一郎記念

第 17 回「科学の芽」賞 応募用紙

受付番号 : SJ0119
応募部門 : 中学生部門
応募区分 : 個人応募
題名 : マクスウェルのこまと歳差運動
学校名 : 静岡県 国立静岡大学教育学部附属浜松中学校
学年 : 3 年生
代表者名 : 大橋柚佳

※ 個人情報保護のため、入力された項目から抜粋して出力しています。

マクスウェルのこまと歳差運動



静岡大学附属浜松中学校 3年
大橋柚佳

1. 動機

今まで、小学校3年生から、羽の数と風のかんけい実けんで分かった!せんぷうきの羽の数にもわけがあった(小3)、羽根の枚数でかわる?回転スピード(小4)、こまの回転とフィギュアスケートのスピンとの関係(小5)、こまを回すと色が見える!?こまと模様のおひみつ(小6)、ブーメランの飛び方の規則性とは(中2)について実験し、調べた。今回は、昨年の研究でブーメランが戻ってくるのは歳差運動が関係していると参考文献に書かれていたが、わからずに終わってしまった「歳差運動」について深く知りたいと思い、歳差運動をする身近なものとして「こま」について調べていたところ(参考文献[1]~[9])、マクスウェルのこまを見つけ(参考文献[2]~[9])、面白そうだと感じた。参考文献に書いてあったことも含めて、次の3つについて調べたいと思う。

- ① 歳差運動をしないこまが存在するのか実際に確かめる。また、こまの重心の位置と回転方向にはどのような関係があるのか。→実験Ⅰ
- ② こまの回転速度は速く、目で見て確かめることはできないため、こまの回転速度よりも遅く、見やすい歳差運動の回転速度からこまの回転速度を予測する。→実験Ⅱ
- ③ マクスウェルのこまの重さと重心の位置の関係を調べ、重さの異なるこまの重心を予測する。→実験Ⅲ

表1 確かめたいことと予測すること

| | 確かめたいこと | 予測すること |
|---------------|----------------------|---------------------|
| マクスウェルのこまについて | 実際に歳差運動をしないこまが存在するか? | 重心・大きさ・重さの関係から重心の位置 |
| 歳差運動について | こまの種類(重心の位置)と回転方向の関係 | 歳差運動の角速度からこまの角速度 |

実験Ⅰ

実験Ⅱ

実験Ⅲ

2. 歳差運動

【歳差運動】

傾いた回転軸がその傾きの角度を保ちながら旋回する運動のこと。回転しているこまは重力がはたらいでも倒れないで歳差運動を行う(図1)。 -戸田「物理入門コース 力学」p.184, p.187より(参考文献[10])-

【マクスウェルのこま】

支点と重心が一致しているこまのこと。一般的なこまは重心が支点よりも上にあり、やじろべえ型こまは重心よりも支点がある。マクスウェルのこまは支点と重心が一致する必要があるため、支点は一つに決まる。歳差運動をしないことが特徴(図2)。

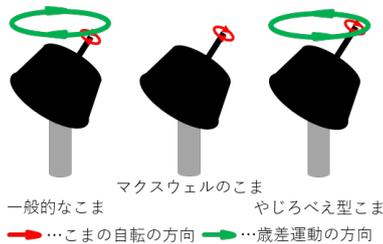


図1 歳差運動の様子

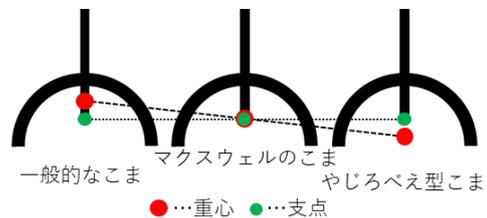


図2 こまの支点と重心

- 重心が支点よりも上だと、一般的なこまと同じであるため、こまの回転方向と歳差運動の向きは同じになる。
- 支点と重心が一致していると、マクスウェルのこまであるため、歳差運動はしない。
- 重心よりも支点が上だと、やじろべえ型こまであるため、こまの回転方向と歳差運動の向きは反対になる。

【角速度】

1秒間あたり何度回転するか、つまり、単位時間あたりの角度の変化のこと。 -鯉沼「宇宙一わかりやすい高校物理 力学・波動」pp.196-197より(参考文献[11])-

兄が持っていた力学の教科書(戸田「物理入門コース 力学」(参考文献[10]) pp.184-187)に歳差運動の角速度を求める式(3)、(4)が書いてあり、こまの角速度と歳差運動は反比例の関係にあることを式(5)で知った。

$$\Omega = \frac{Mgl}{L} \quad (1)$$

$$L = I\omega \quad (2)$$

Ω は歳差運動の角速度[rad/s]、 M はこまの質量[kg]、 g は重力加速度[m/s²]、 l はこまの軸の支点から重心までの距離[m]、 L はこまの角運動量[kg m/s²]、 I はこまの慣性モーメント[kg]、 ω はこまの角速度[rad/s]である。

式(1)、(2)より

$$\Omega = \frac{Mgl}{L} = \frac{Mgl}{I\omega} \quad (3)$$

式(3)を変形すると

$$\omega = \frac{Mgl}{I\Omega} \quad (4)$$

となる。こまの質量、こまの軸の支点から重心までの距離、こまの慣性モーメント、歳差運動の角速度がわかれば、こまの角速度がわかる。

(3)式より、支点と重心が一致しているときは、 $l = 0$ なので、(3)に代入すると、歳差運動の角速度 $\Omega = 0$ となるので、マクスウェルのこまは歳差運動しないことがわかる。また、歳差運動に軸の傾きは関係ないことや、歳差運動の角速度 Ω がわかれば、こまの角速度 ω がわかることが式からわかる。

→ 5. 実験Ⅱ 歳差運動の角速度からこまの角速度の予測

紙皿を半径 r [m]の半球と見立てると、力学の教科書(戸田「物理入門コース 力学」(参考文献[10])p.172)より、

$$I = \frac{2}{3}Mr^2 \quad (5)$$

式(4)に(5)を代入して

$$\omega = \frac{3gl}{2r^2} \times \frac{1}{\Omega} \quad (6)$$

式(6)より、重力加速度、支点から重心までの距離、紙皿の半径、歳差運動の角速度がわかれば、こまの角速度がわかることから、こまの質量は計算に必要なくなった。

3. 実験準備

重心の位置を変えられるこまを作り、タブレットで真上から撮影しながら回して、歳差運動の様子や回転している時間を計測した。また、マクスウェルのこまは重さを3種類作り、軸の長さも計測した。重心は、マクスウェルのこまだけでなく、異なる方法でも調べた。

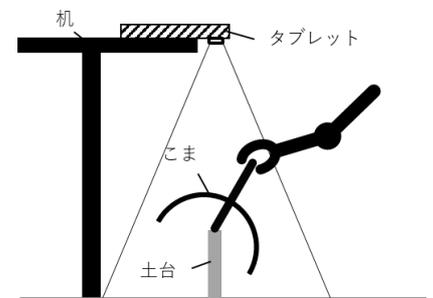


図3 実験の模式図

3-1 実験の様子

実験は図3のように机の上にタブレットを設置し、タブレットのカメラの真下に土台を置く。動画を撮影し始めたら、歳差運動をしやすいようにこまを斜めに傾けた状態で回す。

3-2 実験材料

① こま(写真1)

(ア) 紙皿(深さが約3cm)(大きさは大と小の2つ(写真1))

- 支点と重心を同じにするためには、こまの本体が平らだったり、逆三角形だったりすると重心が支点よりも上になってしまうため、本体は器を伏せたような形にする必要がある(図4)。

→ こまの本体には深さが3cmくらいの紙皿を使う。



写真1 こま



(a) 外側



(b) 内側

写真2 ナットとワッシャーで紙皿を挟むようにしてボルトを通した写真(外側)

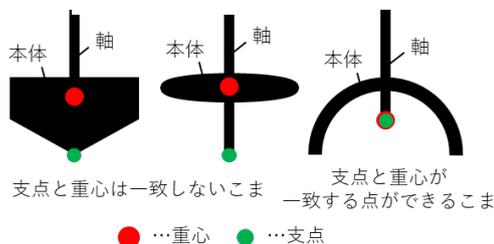


図4 こまの形と支点、重心の位置

(イ) ボルト(5cm、M4)

(ウ) ナット(M4)

(エ) ワッシャー(M4)

(オ) ビニールテープ

- 紙皿の真ん中にきりで穴を開けて、ナットとワッシャーで紙皿を挟むようにしてボルトを通す(写真 2)。
- 紙皿の淵にビニールテープを巻き、紙皿を重くして重心を下げる
- ビニールテープを巻くときにしわが寄るなどして重さが偏らないように、ビニールテープを 2~4cm に切って紙皿に貼る。
- 黄色のこまは、マクスウェルのこまと支点を自由に変えられるものを大・小でそれぞれ作った。



写真 3 ドレッシングの容器を使ったこまの土台

② 土台(写真 3)

(ア) 樹脂粘土

(イ) ドレッシングの容器(中に水を入れて重くする)

- ドレッシングの容器はビニールテープで巻いた。
- ドレッシングの蓋にボンドをつけて樹脂粘土を接着する。(こまを回転させる土台となる。)
- マスキングテープで印をつけておき、ずれてしまったとしてもわかるようにした。

③ タブレット(こまを上から撮影し、歳差運動の様子や回転している時間を調べるため)

④ メジャー(こまの軸の長さを測るため)

⑤ 刺繍糸 約 50cm(こまの重心を求めるため)

《実験で使用したこまの重さ(表 2)》

- ビニールテープの巻き数をそろえたため紙皿の大きさによって重さが違う。
- 軸の長さを調整するためにボルトを動かすと、紙皿の穴が大きくなってしまい軸が安定しなくなってしまうため、重心と支点が同じマクスウェルのこまと支点の位置を自由に変える用のこま(可変用)の 2 種類を作った。

表 2 実験で使用したこまの重さ

| | 大 (g) | 小 (g) |
|----------|-------|-------|
| 基準(Y) | 23.0 | 19.8 |
| 基準(Y)可変用 | 22.9 | 19.6 |

4. 実験 I

歳差運動をしないこまが存在するのか実際に確かめる。また、こまの重心の位置と回転方向にはどのような関係があるのか。

4-1 マクスウェルのこまの作製

軸の長さを調整して、支点と重心が一致するマクスウェルのこまを作る。

軸の長さ…支点から紙皿までの長さのこと(図 5)。

《作製手順》

- 軸の長さをナットで調整し、こまを回したときに歳差運動が起こらない支点の位置を探す。歳差運動を見やすくするために、斜めに傾けた状態でこまを回す。支点と重心が一致する点の一つしかなく、マクスウェルのこまは歳差運動をしないことが特徴であるため、歳差運動が起こらない支点の位置は、マクスウェルのこまの重心である。

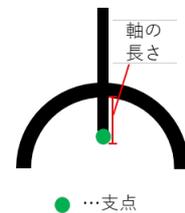


図 5 軸の長さの図

- メジャーを使って、軸の長さを測る。

《作製条件(表 3)》

* 基準…こまの重心と支点が同じ位置(マクスウェルのこま)

* 黄色…基準とした重さ。ビニールテープを 4 周巻いている。

【結果】

表 4 はマクスウェルのこまになるときの軸の長さを表にしたものである。

- 歳差運動をしないこまを製作することができた。
- マクスウェルのこまが存在することがわかった。

表 3 作製条件 マクスウェルのこまを作る

| お皿の大きさ | 大きい | 小さい |
|--------|-------|-----|
| 支点の位置 | 基準 | 基準 |
| 重さ | 基準(Y) | |

表 4 マクスウェルのこまになるときの軸の長さ

| | 大(cm) | 小(cm) |
|-------|-------|-------|
| 基準(Y) | 1.5 | 1.2 |

4-2 歳差運動

【目的】

大きさ、支点の位置が異なるこまを使い、支点と重心が一致しているマクスウェルのこまと支点と重心が一致していない一般的なこま、やじろべえ型こまを比較し、歳差運動の有無や方向などを調べる。また、一般的なこまとやじろべえ型こまは支点と重心が一致していないこと、反対にマクスウェルのこまは支点と重心が一致していることを、歳差運動の有無だけでなく、タブレットを用いて確かめる。

【実験方法】

《実験手順》

- ① こまを時計回りに回す。(歳差運動を見やすくするために、斜めに傾けた状態で回し始める。)
- ② 回し始めるところから、こまの回転が止まるまでタブレットで真上から撮影する。
- ③ マクスウェルのこまだけでなく、作図でも重心を求め、確かめる。(マクスウェルのこまということは、支点と重心が一致しているため、支点の位置が重心の位置である。)

[重心とは]

有限の大きさを持つ物体の各部に働く力を合成して一つの力におきかえたとき、その力が集まって作用する点。この一点を支えると物体は釣り合う。-明鏡国語辞典 第二版-

[こまの重心の求め方]

- ① こまに刺繍糸をマスキングテープで固定する。
- ② 刺繍糸の固定していない方を左右に揺らさないようにして持つ。
- ③ ②をゆっくり回転させ、タブレットでLIVE機能を使い、撮影する。
- ④ タブレットの写真の編集機能を使い、LIVEで撮影した中で、本体の内側と軸の頭の方が見やすい場面を切り取って、刺繍糸(赤線)とこまの軸の中心の線(青線)を延長する。
- ⑤ ④の赤線と青線の交点が重心である。

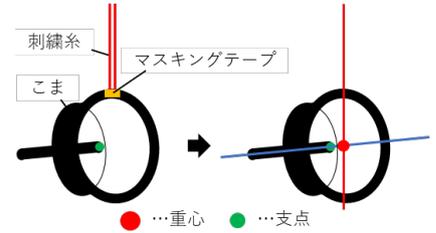


図6 重心の求め方

《実験条件(表5)》

- * 上……こまの重心が支点よりも上(一般的なこま)
- 基準……こまの重心と支点が同じ位置(マクスウェルのこま)
- 下……こまの重心が支点よりも下(やじろべえ型こま)

表5 実験Iの実験条件

| お皿の大きさ | 大きい | | | 小さい | | |
|--------|-----------|----|---|-----|----|---|
| | 上 | 基準 | 下 | 上 | 基準 | 下 |
| 重さ | 重さ 基準(黄色) | | | | | |

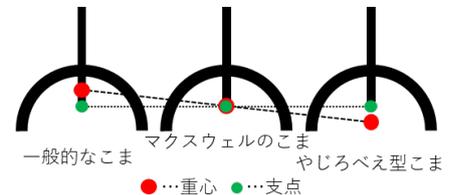


図7 一般的なこま、マクスウェルのこま、やじろべえ型こま

【予想】

- 重心が支点よりも上だと、一般的なこまと同じであるため、こまの回転方向と歳差運動の向きは同じになる。
- 支点と重心が一致していると、マクスウェルのこまであるため、歳差運動はしない。
- 重心よりも支点が上だと、やじろべえ型こまであるため、こまの回転方向と歳差運動の向きは反対になる

【結果】

図8は、実際に重心を求めたときの画像、図9は、一般的なこま、マクスウェルのこま、やじろべえ型こまの回る様子を上から撮影して加工したもの、図9は、こまの歳差運動の様子である。

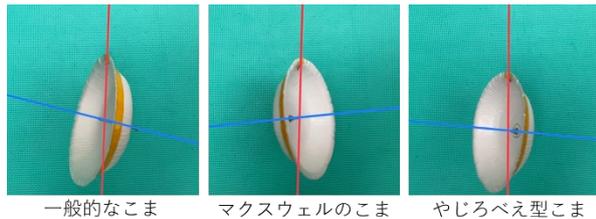


図8 実際に重心を求めたときの画像

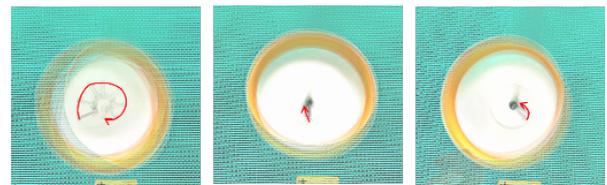
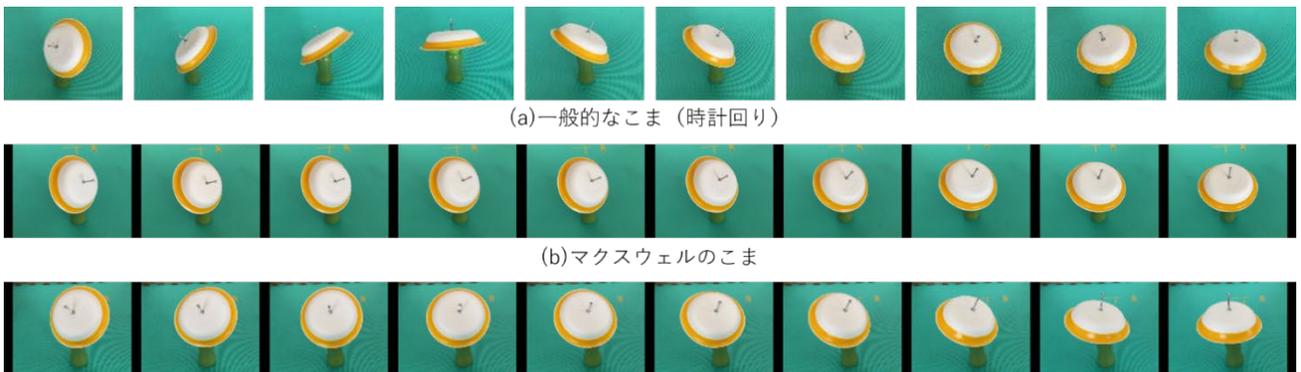


図9 こまの歳差運動の様子を上から撮影して加工したもの



(a)一般的なこま (時計回り)

(b)マクスウェルのこま

(c)やじろべえ型こま (反時計回り)

図10 こまの歳差運動の様子

- 図 8 より、一般的なこまは支点より重心が上、マクスウェルのこまは支点と重心が同じ、やじろべえ型こまは支点より重心が下になっていることが確かめられた。
- 図 9、10(a) より、一般的なこまは時計回りに歳差運動をしている。
- 図 9、10(b) より、マクスウェルのこまは起き上がっているだけでほとんど動いていない。
- 図 9、10(c) より、やじろべえ型こまは反時計回りに少しだけ歳差運動をしている。
- 図 10 ではマクスウェルのこまが回転しているように見えるが、起き上がっているだけである。

歳差運動の様子の写真は、動画を約 8 個の場面に切り取り、透明度を上げるなどして写真を重ねたものである。Keynote (Apple 社製のプレゼンテーションソフト) を使って兄が作成してくれた。

[加工の仕方]

- ① こまの回転を撮影した動画を Keynote に入れる。
- ② 容量を小さくするために欲しい部分だけトリミングをする。
- ③ アニメーション GIF を用いて 15fps (1 秒間に 15 枚) で書き出す。
- ④ 10 枚ごとに約 8 枚を選ぶ。
- ⑤ コピーして Keynote に貼り付ける。
- ⑥ 見やすくするために時系列に並べ直し、x 座標と y 座標を指定して、すべてを重ねる。
- ⑦ 透明度を 15%、露出、シャドウ、シャープネス、ノイズ除去を 100% にする。
- ⑧ PowerPoint (Microsoft 社製のプレゼンテーションソフト) に貼り付ける。
- ⑨ 重ね合わせた写真をもとにボルトの頭の位置を追う。

【考察】

結果 (図 9、10) より、こまを時計回りに回したとき、重心が支点よりも上だと、時計回りに歳差運動をし、支点と重心が一致していると歳差運動はしない。また、重心よりも支点が上だと、反時計回りに歳差運動をしたことから、予想はあっていることが確かめられた。

しかし、時計回りでしか調べていないため、反時計回りに回したときは重心が支点よりも上だと、こまの回転方向と同じ、反時計回りに歳差運動をするのか、支点と重心が一致していると歳差運動はしないのか、重心よりも支点が上だとこまの回転方向と反対の時計回りに歳差運動をするのかはわからない。よって、予想 1 を完全に確かめるためには、時計回りだけでなく、反時計回りも調べる必要がある。→ 実験 I (4-3)

4-3 こまの回転と歳差運動の回転方向について

【目的】

こまを反時計回りに回しても、実験 I (4-2) の予想が正しいか確かめる。

【実験方法】

本実験で使用したこまの一部について反時計回りに回して本実験と同様の実験を行う。

《実験手順》

- ① 実験 I (4-1) と同じ 3 つのこまを反時計回りに回す。(歳差運動を見やすくするために、斜めに傾けた状態で回し始める。)
- ② 回し始めるところから、こまの回転が止まるまでタブレットで真上から撮影する。

《実験条件》 実験 I (4-2) と同じ。

【予想】

こまを反時計回りに回したときも、予想は正しく、重心が支点よりも上だと、反時計回りに歳差運動をし、支点と重心が一致していると歳差運動をしない。また、重心よりも支点が上だと、時計回りに歳差運動をする。

【結果】

図 11 は、反時計回りに回したときの一般的なこま、マクスウェルのこま、やじろべえ型こまの歳差運動の様子である。



一般的なこま マクスウェルのこま やじろべえ型こま

図 11 反時計回りに回したときの一般的なこま、マクスウェルのこま、やじろべえ型こまの歳差運動の様子

- 一般的なこまは反時計回りに歳差運動をしている。
- マクスウェルのこまは起き上がっているだけでほとんど歳差運動はしていない。
- やじろべえ型こまは時計回りに歳差運動をしている。

【考察】

結果(図 11)より、こまを反時計回りに回したとき、重心が支点よりも上だと、反時計回りに歳差運動をし、支点と重心が一致していると歳差運動をしない。また、重心よりも支点が上だと、時計回りに歳差運動をしたことから、予想はあっていることが確かめられた。

4-4 こまの角速度と歳差運動の角速度について

こまの角速度と歳差運動の角速度を求めて比較する。

- ① 重さ基準、大きさ大で一般的なこまの回りはじめ
- ② 重さ基準、大きさ大で一般的なこまの回り半ば
- ③ 重さ基準、大きさ大で一般的なこまを反時計回りに回転させたものの回りはじめ

の3つの場面について、こまと歳差運動の角速度を求めて比較する。

まず、図 9、11 から、歳差運動の角速度を求める。動画を1秒間に15枚にしたものを10枚ごとにとって半透明にして重ねたものが、図 9、11 であるため、図 12 のように補助線を引き、ボルトが2秒間で進んだ角度 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 を分度器で測る。

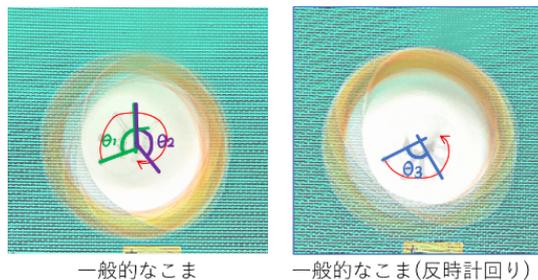


図 12 歳差運動の角速度を求めるための図

歳差運動の角速度 Ω は、

$$\Omega = \frac{\theta}{360} \times 2\pi \times \frac{1}{2[s]} \quad (7)$$

で求めることができるので、表 6 のようになる。

こまの回転数が速いため測るのが難しいが、回転するこまを上から撮影した動画を50分の1倍速にし、図 13 のように、1回転するのにかかった時間を $t[s]$ とすると、

こまの角速度 ω は、

$$\omega = \frac{2\pi}{t} \times 2\pi \times \frac{1}{50} \quad (8)$$

で求めることができるので、表 7 のようになる。グラフ 1 は、歳差運動の角速度とこまの角速度の動画から求めた値をグラフにしたものであり、歳差運動の角速度が増加するとこまの角速度は減少することがわかる。

表 6 ボルトが2秒間で進んだ角度と歳差運動の角速度

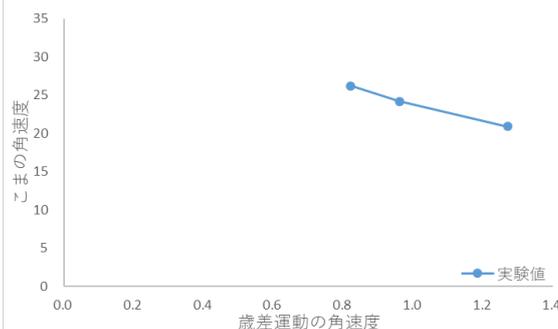
| | ① | ② | ③ |
|-------------------------|------|------|------|
| $\theta [^\circ]$ | 110 | 146 | 94 |
| $\Omega [\text{rad/s}]$ | 0.96 | 1.27 | 0.82 |

表 7 こまが1回転するのにかかった時間とこまの角速度

| | ① | ② | ③ |
|-------------------------|------|------|------|
| $t[s]$ | 13 | 15 | 12 |
| $\omega [\text{rad/s}]$ | 24.2 | 20.9 | 26.2 |



図 13 回転するこまを上から撮影した動画(連続する静止画)



グラフ 1 歳差運動の角速度とこまの角速度

5. 実験Ⅱ

こまの回転速度は速く、目で見て確かめることはできないため、こまの回転速度よりも遅く、見やすい歳差運動の回転速度からこまの回転速度を予測する。

5-1 歳差運動の角速度からこまの角速度の予測

支点から重心までの距離は、実際のボルトの長さが 5.2[cm]、画像上でのボルトの長さを 1 としたときに、支点から重心までの距離が約 $\frac{1}{7}$ だったことから、実際の支点から重心までの距離 l は、

$$l = 5.2 \times \frac{1}{7} \times 10^{-2} [\text{m}]$$

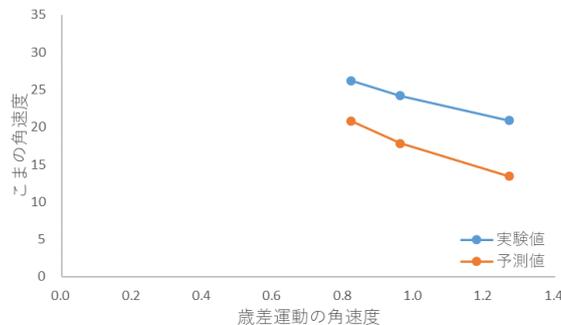
となる。紙皿の半径をメジャーに測ると、 $r = 8 [\text{cm}] = 8 \times 10^{-2} [\text{m}]$ だった。式(6)に $g = 9.8 [\text{m/s}^2]$ 、 $l = 5.2 \times \frac{1}{7} \times 10^{-2} [\text{m}]$ 、 $r = 8 \times 10^{-2} [\text{m}]$ を代入すると、

$$\omega = 17.1 \times \frac{1}{\Omega} \quad (9)$$

こまの角速度は、(9)式で求めることができるので、表 8 のようになる。グラフ 2 は、こまの角速度の実験値と予測値とをグラフにしたものであり、予測値の方が実験値より少し小さいが、傾向が同じになったことがわかる。

表 8 歳差運動の角速度から求めたこまの角速度の予測値

| | ① | ② | ③ |
|------------------|------|------|------|
| Ω [rad/s] | 0.96 | 1.27 | 0.82 |
| ω [rad/s] | 17.8 | 13.4 | 20.8 |



グラフ 2 歳差運動の角速度とこま(軸)の角速度

予測値が実験値より少し小さくなってしまった原因を考える。(6)式 $\omega = \frac{3gl}{2r^2} \times \frac{1}{\Omega}$ で、重力加速度 $g = 9.8 [\text{m/s}^2]$ は一定で、こまの軸の支点から重心までの距離 l [m]、歳差運動の角速度 [rad/s] の測定に比べて、紙皿の半径 r [m] は厳密には半球ではないのに半球と仮定したので、測定の誤差が大きいと思う。

予測値は実験値と傾向が同じなので、同じ割合をかければ、予測値が実験値に近くなるのではないかと考えた。予測値にどのくらい倍率をかければよいか調べるため、割合を計算する。

こまの角速度の実験値と予測値の割合は、表 9 のようになる。平均は 1.39 となるので、

$$\omega(\text{修正予測値}) = \omega(\text{予測値}) \times 1.39 \quad (10)$$

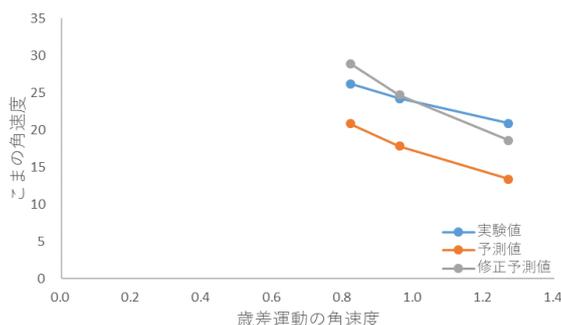
式(10)より、予測値を修正すると、表 10 のようになる。グラフ 3 はグラフ 2 に修正予測値を追加したグラフであり、修正した予測値は実験値とほぼ等しくなっていることがわかる。

表 9 こまの角速度の実験値と予測値の割合

| | ① | ② | ③ | 平均 |
|------------------------|------|------|------|------|
| 実験値(ω [rad/s]) | 24.2 | 20.9 | 26.2 | - |
| 予測値(ω [rad/s]) | 17.8 | 13.4 | 20.8 | - |
| 割合(実験値/予測値) | 1.36 | 1.56 | 1.26 | 1.39 |

表 10 こまの角速度の修正予測値

| | ① | ② | ③ |
|--------------------------|------|------|------|
| 修正予測値(ω [rad/s]) | 24.7 | 18.6 | 28.9 |



グラフ 3 歳差運動の角速度とこま(軸)の角速度

今回、 $r = 8 \times 10^{-2}[\text{m}]$ と測ったけれど、実験値に近くなる紙皿の半径を $R \times 10^{-2}[\text{m}]$ とすると、予測値を1.39倍すると実験値に近づくので、

$$\frac{1}{(R \times 10^{-2})^2} \div \frac{1}{(8 \times 10^{-2})^2} = 1.39 \quad R = 6.8[\text{cm}]$$

紙皿の半径を6.8[cm]と測っていれば、実験値に近くなっていた。実際に紙皿は、図14のようになっている、半径は、8.0[cm]よりも6.8[cm]と測った方が正確だったかもしれない。

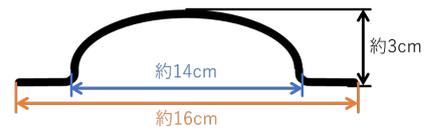


図14 紙皿の大きさ

6. 実験Ⅲ

マクスウェルのこまの重さと重心の位置の関係を調べ、そこから重さの異なるこまの重心を予測する。

6-1 マクスウェルこまの重さと軸の長さ

【目的】

テープの巻き数が2周、4周、6週の重さと重心(軸の長さ)の関係と、テープの巻き数を8周にしたときの重さから、重心を予測する。マクスウェルのこまは支点と重心が同じであるため、マクスウェルのこまと重心を求める方法の2つで、予測が正しいか確かめる。

【実験方法】

マクスウェルのこまを作製し(実験Ⅰ 4-1と同じ)、重心を求める(実験Ⅰ 4-2と同じ)。

《実験条件》

表11は、実験Ⅲの実験条件である。写真4は、実験Ⅲで使用したマクスウェルのこま。

*ビニールテープの巻き数を2周(ピンク)、4周(黄色)、6周(緑)にした。(1周の差だとほとんど重さの変化がなく、実験にならないと判断したため)



写真4 実験Ⅲで使用したマクスウェルのこま

表11 実験Ⅲの実験条件

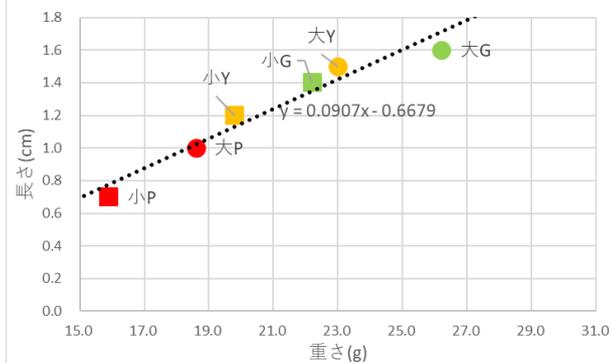
| お皿の大きさ | 大きい | 小さい |
|--------|-------|-----|
| | 支点の位置 | 基準 |
| 重さ | 軽い(P) | |
| | 基準(Y) | |
| | 重い(M) | |

【結果】

表12は、こまの重さと軸の長さである。グラフ4は、表12のこまの重さと軸の長さの関係のグラフである。

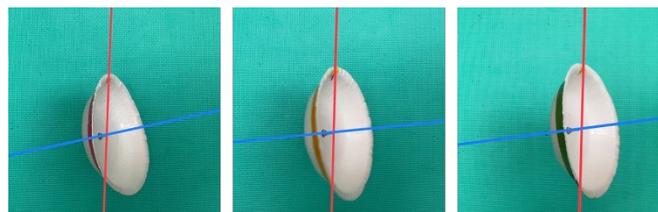
表12 こまの重さと軸の長さ

| | | 重さ(g) | 長さ(cm) |
|---|-------|-------|--------|
| 大 | 軽い(P) | 18.6 | 1.0 |
| | 基準(Y) | 23.0 | 1.5 |
| | 重い(G) | 26.2 | 1.6 |
| 小 | 軽い(P) | 15.8 | 0.6 |
| | 基準(Y) | 19.8 | 1.2 |
| | 重い(G) | 22.2 | 1.4 |



グラフ4 こまの重さと軸の長さの関係

- 重さが大きくなるにつれて、軸の長さも長くなっている。
- だいたい一直線上にある。→こまの重さと軸の長さは比例関係にある。
- テープの巻き数ごとでの大と小との差は何周でもだいたい同じ。



重さが軽いこま 重さが基準のこま 重さが重いこま

図15 実際に重心を求めたときの画像

- 重さの種類に限らず、支点と重心が一致していることが図15から確かめられた。

《グラフからわかったこと》

こまの重さと軸の長さはだいたい比例関係にあり、こまが重くなるほど軸の長さは長くなったことから、こまが重くなるにつれてこまの重心も下がっていくということである。

- こまの重さと重心の低さにも比例の関係がある。
- 軸の長さを計算 (Excel) で求めると、グラフ 3 の線形近似は $y = 0.0907x - 0.6679$ だった。
- この近似式を使って重心を予測する。

6-2 マクスウェルのこまの重心の予測

【実験方法】

テープを 8 周巻いたこま (写真 5) にして、実験 I と同じ方法で実験する。

【予想】

軸の長さを計算で求めると、グラフ 3 の線形近似は

$y = 0.0907x - 0.6679$ であることより、テープを 8 周回したときの重さは、

表 12 のようになっているため、それぞれ x に代入すると、テープの巻き数が 8 周のこまの軸の長さの予測値は、表 13 のようになる。その予測値をグラフ 4 に追加したものがグラフ 5 である。

【結果】

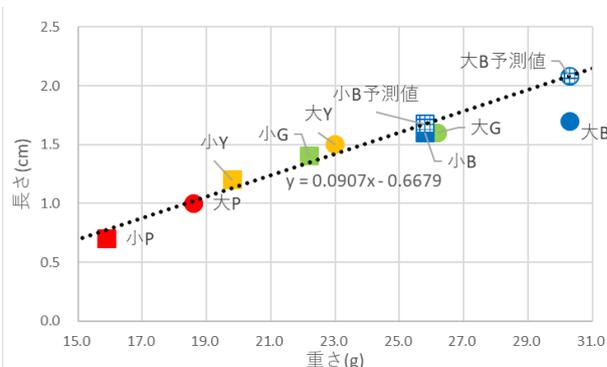
表 13 は、テープを 8 周巻いたときのこまの重さ、軸の長さ、時間である。グラフ 5 は、グラフ 4 に表 13 のテープを 8 周巻いたときのこまの重さと軸の長さ値を加えた、こまの重さと軸の長さの関係のグラフである。



写真 5 テープを 8 周巻いたこま

表 13 テープを 8 周巻いたときのこまの重さと軸の長さ、予測の長さ

| | | 重さ (g) | 予測値 (cm) | 長さ (cm) |
|----------|---|--------|----------|---------|
| 一番重い (G) | 大 | 30.3 | 2.1 | 1.7 |
| | 小 | 25.8 | 1.7 | 1.6 |



グラフ 5 こまの重さと軸の長さの関係 2

- 一番重い (G) の小は予測値とだいたい同じ値である。
- 一番重い (G) の大が予測値から下に大きく外れている。
- 一番重い (G) の大は、一番重い (G) の小と軸の長さがだいたい同じである。

【考察】

- 紙皿が大きい方は予測値と大きな差があったが、小さい方は予測値とほとんど同じ値だったことから、予想はあっていたことが確かめられた。
- マクスウェルのこまは支点と重心が同じ点にあるため、こまの重さから重心の位置 (軸の長さ) が予測できるということである。

7. まとめ・感想

【マクスウェルのこま】動機①、③

- 一般的なこまは、重心が支点よりも上で、こまの回転方向と歳差運動の回転方向が同じである。やじろべえ型こまは、重心が支点よりも下で、こまの回転方向と歳差運動の回転方向が逆である。一般的なこまとやじろべえ型こまの間にあるマクスウェルのこまは、支点と重心が一致していて、歳差運動をしないという興味深い、特別な状態があることを知って、マクスウェルのこまを作製し、実験で確認した。
- 支点と重心が一致しているマクスウェルのこまの重さと重心の位置の関係を調べ、そこから重さの異なるこまの重心を予測した。
 - 重さがわかれば、こまの重心を予測できることがわかった。

【歳差運動】動機②

- 歳差運動の回転速度がわかれば、こまの回転速度がわかるという式を知り、実験で確認した。
 - 軸の傾きは関係なくなることがわかった。
 - こまの回転速度はストップウォッチだけでは求めることはできないが、歳差運動の回転速度は、こまの回転速度に比べて遅いため、ストップウォッチを使えば、求めることができる。
 - 今回は、タブレットやパソコンを利用して、回転速度を求めた。

- こまの回転速度と歳差運動の回転速度は反比例の関係にあることを式で知った。
 - グラフを見ると、こまの回転が速いときは、歳差運動は遅く、こまの回転が遅いときは、歳差運動は速くなることがわかった。
 - データが3つだけでなく、もっとたくさんあれば、歳差運動の回転速度とこまの回転速度は反比例の関係にあることをグラフからもわかったかもしれない。

【反省点】

- 紙皿の中心に穴を開ける方法として、YouTube(参考文献[5])では紙皿の底の半径を求めて紙に円を描き、それをもとに穴を開ける方法が紹介されていたが、こまの重心を測る方法と同じように、刺繍糸を使って中心を求めればよかった。また、こまの重心を求めたとき、刺繍糸の延長線と軸の交点で求めている。よって、こまの軸の中心が間違っていたら、重心も本当の値と違っていたかもしれない。
- 結果のばらつきが大きくなってしまったのは、こまを手で回したことで同じスピードで回すことができなかったことも大きな原因だったと思う。実験の正確性、再現性を高めるため、同じスピードでこまを回そうと、モーターを使おうとしたが、うまくいかず、結局、手で回した。

【その他】

- 今回の実験では、回転の様子を撮影したり、動画を加工したり、回転速度を測ったりと、様々なところでタブレットやパソコンを利用した。そのため、タブレットやパソコンがあまり普及していなく、性能もあまり高くなかった数年前までではできなかった実験だったと思う。
- マクスウェルのこまを作製し、歳差運動をしないことを実験で確認することができてよかった。
- 昨年ブーメランの自由研究でブーメランの軌道には歳差運動が関係していることを知った。昨年のブーメランの自由研究を今回のこまの歳差運動の自由研究で、ブーメランの回転はこまの軸の回転であり、ブーメランの軸がずれるのはこまの軸がずれて回転する歳差運動だとわかった。
- ブーメランは縦向きに投げると、横向きに戻ってくるが、ブーメランが旋回して戻ってくることは歳差運動ではない。戻ってくるまでにブーメランが軸の向きをずらしていくことが歳差運動とわかった。しかし、まだまだわからないことが多いので、これからも勉強を続けたい。

8. 参考文献

- [1] 大倉宏、サイエンスショー「飛べ！ブーメラン」実施報告、大阪市立科学館研究報告 30、2020年、pp.49-54
- [2] NGKサイエンスサイト <https://site.ngk.co.jp/120s/no022.htmls> <https://site.ngk.co.jp/lab/no102/>
- [3] 京都市青少年科学センター <http://www.edu.city.kyoto.jp/science/online/labo/52/index.html>
- [4] YouTube マクスウェルのコマ 不思議な動き <https://www.youtube.com/watch?v=rykIFFfTbrw>
- [5] YouTube 傾いて回るコマを作って「歳差運動」について学ぼう！(J-PARC センター) <https://www.youtube.com/watch?v=W6qXKPzi3WQ>
- [6] 奥村弘二、ミオくんとなんでも科学探究隊 実験編 いきいき物理マンガで実験、日本評論社、2018年、pp.133-134
- [7] 山崎詩郎、独楽の科学 回転する物体はなぜ倒れないのか？、講談社、2018年
- [8] 板倉聖宣・湯沢光男、サイエンスシアターシリーズ 力と運動編④ コマの力学-回転運動と慣性、仮説社、2005年
- [9] YouTube 歳差運動とジャイロ効果とは。わかりやすく解説【コマで考える】 https://www.youtube.com/watch?v=hhB4GmFLX-c&feature=emb_rel_end
- [10] 戸田盛和、物理入門コース 力学、岩波書店、1982年、p.172、pp.184-187
- [11] 鯉沼拓、宇宙一わかりやすい高校物理 力学・波動、学研プラス、2012年、pp.190-201