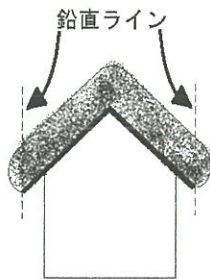


粉 体 の 堆 積

I. 動機



[図 1]

冬に、家屋の屋根に降り積もった雪を自分の目で見たり、雪崩の報道を見たりしていると、雪が積もったり崩れたりするときの全体の形は特徴的だと感じた。不思議だと思った積もり方は[図 1]だ。これは、屋根の端の鉛直ラインから外側に飛び出して積もっていて、屋根の上部のとがりが雪の全体の形に反映されていない。これは豪雪地帯のニュース映像などでたびたび見かける。これが研究をしようと思ったきっかけとなった。

風の影響も考えられるが、この点についてはこの研究の対象外とした。実際に粉体を降らせて観察することで、粉体が積もるときの特別な性質をできるだけ見つけていき、身近な粉体について考察・シミュレーションしたいと思った。

II. 実験の対象

- ・ 平面の角度と積もる粉体の質量の関係
- ・ 粉体の粒径と積もる質量の関係
- ・ 様々な形状の面に積もる粉体の全体の形の観察

III. 実験方法

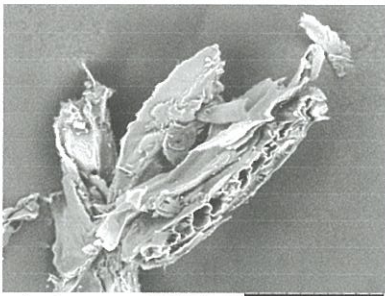
【雪・火山灰の再現】

雪については氷を砕く方法があるが、等質の粒子を作るのは難しく室温ではすぐに融け実験できまい。はじめに考えたのは、雪の精密な再現はできない^{*}が、おがくずである。ふるいにかけて粒子径を選別しながらまんべんなく降らせることが可能である。繊維(セルロース)をもち、雪の粒子どうしの引っかかりも多少は再現できるだろう。[図 2]は学校の卓上電子顕微鏡で撮影した、金属の網の 0.3mm の隙間を通過したおがくずの粒子である。10 μm 程度の段ボール状の構造や、板状やひも状に出ている繊維も確認できる。これらの粒子径は 100 - 200 μm である。

2012 年 9 月、本校理科棟合同発表会では本校理科棟の先生方に、物理部 OB 会では本校はすでに退職された特別顧問の小林先生に「小麦粉などどうか」と提案され、最近はおがくずを使って実験している。おがくずのような複雑な形状をしたものよりも粉体の性質が理解しやすいと予想した。[図 3]は、小麦粉の粒子を卓上電子顕微鏡で撮影したものである。粒子径は 10 - 30 μm である。

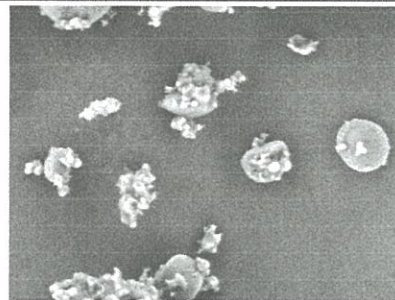
実験 1 ではおがくずを、実験 2 では小麦粉を使用した。

※ 雪は、表面が温度や圧力で融けて粒子どうしがくっつき (液体の表面張力 or 融けて再び凝固)、全体あるいはその一部でひとかたまりの固体であるかのようなふるまいをすることがあるため。



oga-kuzu1 2012/08/14 15:23 x600 100 μm

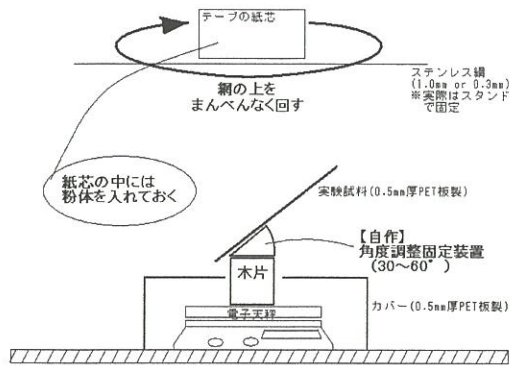
[図 2] おがくず ($\times 600$)



flour 2013/04/01 11:16 x1.0k 100 μm

[図 3] 小麦粉 ($\times 1000$)

【実験装置】



【図 4】

よって図に示すように、テープの紙芯におがくずを入れ、それを網の上でゆっくりと大きく動かすことで振動を与えず、均一に降らせることを実現した。家の屋根や山肌など想定される斜面は多様だが、それらの面を模した試料(0.5mm厚 PET 板製、120mm×120mm)の上に積もったおがくずの質量のみを計測する必要があり、他の部分に積もったおがくずを含んではならない。そのため電子天秤の上に図のようなPET板製のカバーを設置して実験を行った。

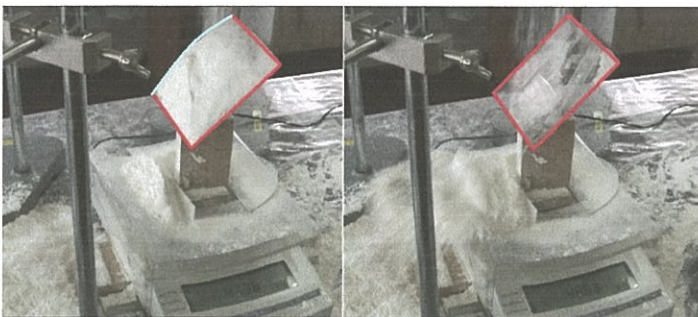
「粉末の粒径と積もる質量の関係」では 0.3mm のステンレス網も使用し比較したが、その実験以外では隙間が 1.0mm の網のみを使用した。おがくずには大きな繊維状のものが含まれるが、この網はそれらを取り除き、粉末状のもののみを降らす機能を持つ。小麦粉は粒子が小さいため、実験 2 のすべての実験において 0.3mm の隙間の網を使った。

【「限界質量」について】

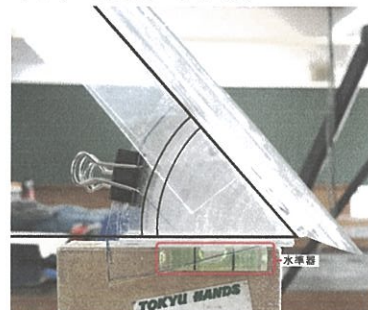
粉体のある角度を持った平面に降り積もらせていくと、限界を迎えて一部或いは全てが崩れる、雪崩のような現象が発生する。その現象が起こるときの積もった粉体の質量は定量的に扱えると仮定し、本研究ではそれを「限界質量」と呼び、またそれを測定する実験を含む。

【誤差の設定について】

電子天秤は、[図 5]に表れているように、その上に載ったものの重さを表示に反映するのに少し時間がかかる。よって、崩れる瞬間の動画のコマを見ても、それが限界質量を示していない。さらに降る粉体は速度を持っているため、積もったとき試料も一瞬だけ速度を得、このとき試料は電子天秤を下向きに押すため、重く計測される。これらによる粉体の質量の誤差を $\pm 0.20\text{g}$ とする。電子天秤は 0.01g が最小目盛りだが、小数第 2 位を四捨五入する。また、試料の角度について、角度を調整して固定できる自作の装置 ([図 6]参照、水準器つき) による誤差 (回転の中心軸のずれ、水平のずれ) を $\pm 1.0^\circ$ とする。



【図 5】 全て崩れても、直後は表示がほとんど変化しない
(動画のコマ送り画像)



【図 6】 水平を確認→角度調節
(分度器をコピーした紙が貼ってある)

【実験の流れ】

1. 装置を使って、様々な形状の試料（平面、曲面、……）に粉体を降らす。崩れたら面を乾いた布できれいに拭いて繰り返す（1条件につき3回計測）
2. その経過(板の様子と電子天秤の表示)を動画で撮影し、動画をコマ送りして粉体の層が崩れる限界の質量を見出す。
3. 角度と粒径という条件を変えて1と2を繰り返す。

IV. 実験

実験 1

◆実験 1-1 平面の角度と積もるおがくずの質量の関係

120mm×120mmのPET板をある角度を持って支えるのは、前述のとおり自作の装置で行う。最初に30°、45°、60°を計測し、結果を出してから、データが考察に必要な部分を5°刻みで計測した。

PET板の角度 [°]	積もるおがくずの限界質量(3回測定・平均) [g]
30.0	----
35.0	----(36.2)
37.5	19.2
40.0	13.7
45.0	7.5
50.0	5.9
52.5	5.0
55.0	0.0
60.0	0.0

注: 「----」は、PET板に積もった一部だけが滑り落ちたことを示す。35.0°については、半分程度が落ちた直前の全体の質量を、参考までに記載した。

注: 55.0°と60.0°は、降らせたおがくずがPET板の上に積もることなく流れていった。

◆実験 1-2 おがくずの粒径と積もる質量の関係

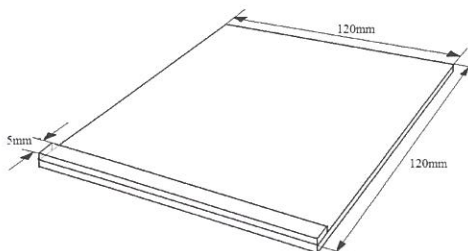
実験1でも使った、隙間が1.0mmのステンレス網を、今回だけ使う0.3mmのものと45°の平面で比較する。

隙間 1.0mm	7.5 g
隙間 0.3mm	7.4 g

◆実験 1-3 様々な形状の面に積もるおがくずの全体の形の観察

試料 1

豪雪地帯では屋根の端に沿ってつらら群ができると、それが歯止めとなって実験1で調べたような限界より多くの雪が積もったのち、つららが外れると大量の雪が一度に落ちたり、積もった雪が家を押しつぶす形になったりすることがある。



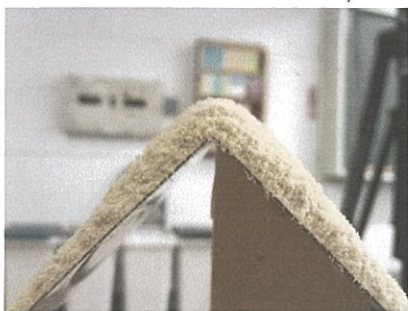
[図7] つらら群の再現

このような屋根をPET板で再現したのが[図7]である。これは実験1,2で使ったものと同じ寸法(0.5T, 120×120mm)のPET板に、幅5mmのPET板を写真左下の辺に隙間ができないよう貼り付けたものである。

引っかかり無し	7.5 g
引っかかり有り	8.2 g

試料 2

2 つ目の形状は、「動機」の項で書いた、三角屋根の頂上を再現したものである。豪雪地帯のニュース映像などを見ると、本来の屋根の頂上のとがりは積もった雪の表面の形状に反映されず、丸く積もっているが、この現象を再現した。PET 板をクランプと机の角を使って 90°に鋭く曲げて左右対称に設置した(つまり、直角二等辺三角形の屋根となる)。



[図 8]

このとき、真上から見たときの見かけの面積が $120\text{mm} \times 120\text{mm}$ になるように、 $120\text{mm} \times 170\text{mm} (\approx 120\sqrt{2} \text{ mm})$ に切り出した PET 板を曲げる。

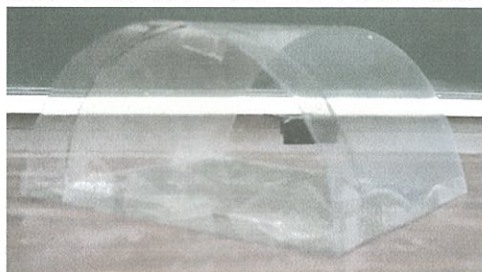
雪と同様に、やはりとがりはおがくずの表面に反映されずに、丸く積もっている。

試料 3

3 つめの試料の形状は円柱の側面である。この曲面を[図 9]の向きに設置すると、「表面にすべての角度の平面を持っている」ということができ、このような特殊な面に積もるおがくずの表面を観察したいと思った。

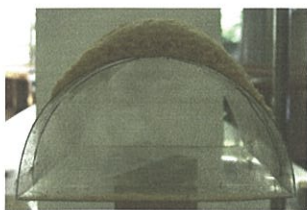
これも、真上から見たときの見かけの面積が $120\text{mm} \times 120\text{mm}$ になるように、 $120\text{mm} \times 188\text{mm} (\approx 60\pi \text{ mm})$ に切り出した PET 板を、半円形のガイドに沿って曲げる。

横に渡される電線などの細い円柱にも応用できる形である。



[図 9]

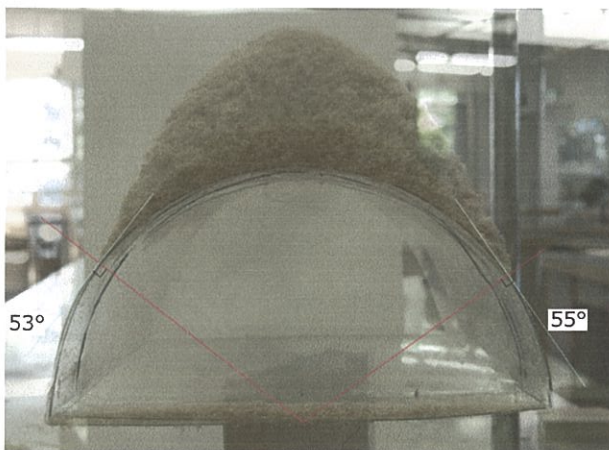
[図 10]の状態のあと、さらに積もらせたものが[図 11]である。[図 12]は 2 つを透明化して、円柱を基準に重ねたものである。



[図 10]



[図 11]



[図 12]

[図 12]を見ると、おがくずが積もっていない端の点における接線の傾きは、左が 53°、右が 55°となっている。

実験 2

◆実験 2-1 平面の角度と積もる小麦粉の質量の関係

おがくずによる実験 1-1 と同じ方法。

PET 板の角度 [°]	積もる小麦粉の限界質量(3 回測定・平均) [g]
35.0	----(162.6)
38.0	----(129.9)
40.0	----(133.6)
45.0	42.9
48.0	39.6
49.0	19.6
50.0	14.5
55.0	0.0
60.0	0.0

注: 「----」は、PET 板に積もった一部だけが滑り落ちたことを示す。() 内の数値は、一部が滑り落ちたときの質量 (参考) である。

注: 55.0°と 60.0°は、降らせた小麦粉が PET 板の上に積もることなく流れていったため、0.0g となっている。

◆実験 2-2 様々な形状の面に積もる小麦粉の全体の形の観察

試料 1 つららのような引っ掛かりのある試料
まだ実験が完了していない。

試料 2 三角屋根の頂点のとがった部分
まだ実験が完了していない。

試料 3 円筒の側面



[図 13]

円筒の側面に降り積もらせて、表面の形状を観察する。

後述するが、「この角度を超えて急になると全く積もらなくなる」という角度がある。[図 13]においてその角度を超えた部分には、降る小麦粉が流れていった跡が筋状にあり、そしてその部分はきれいに平面になっているのが観察される。

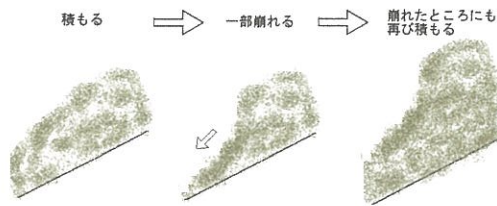
V. 考察

平面の角度と積もる粉体の質量の関係 (実験 1-1, 実験 2-1)

最初に 30°, 45°, 60°の 3 つのデータをとったとき、質量の値が連続的に変化するというのではなく、3 つ

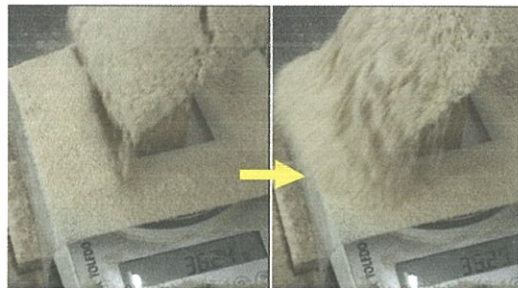
ともそれぞれ違う、以下の性質を持っていることに気がついた。

性質 1: 30°は、降らせると高く積もっていき、限界に達すると[図 15]と[図 16]のように崩れた。全てがずり落ちるのではなく、一部のみが崩れ、一部が残った。実験中には「いくらでも積もらせることができる」という感覚を持つのがこの性質である。



[図 14]

この場合、図に示すように亀裂が入って全体から一部が切り離されると、その形のまま落ちるのではなく砕けて流体のように落ちることがわかる。PET 板の角度が小さく、大量に積もった状態では、PET 板と積もった粉体の下面との間にはたらく静止摩擦力が大きくなる(最大静止摩擦力は、面に物体を押し付ける力に比例する)ため、PET 板に接している部分の粉体は PET 板についたまま、上のほうの一部だけが崩れてしまうと考えられる。

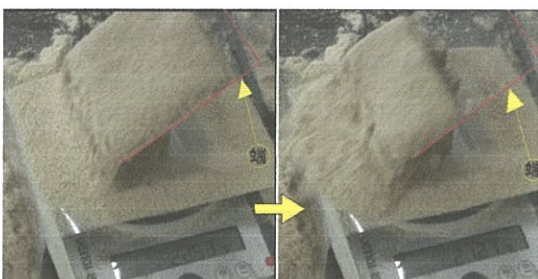


[図 15] おがくず - 性質 1

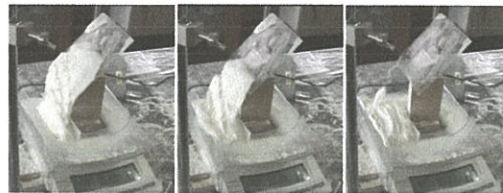
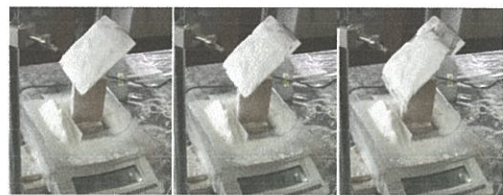


[図 16] 小麦粉 - 性質 1

性質 2: 次に 45°は、「限界に達すると、積もったほとんどが、その形のまま並進移動し落ちる」というタイプである([図 17], [図 18]参照)。30°のときより静止摩擦力が小さくなる(∵同じ重さなら、垂直抗力が小さくなる)ため、粉体のほとんどが PET 板に張り付くことなく滑り落ちると考えられる。



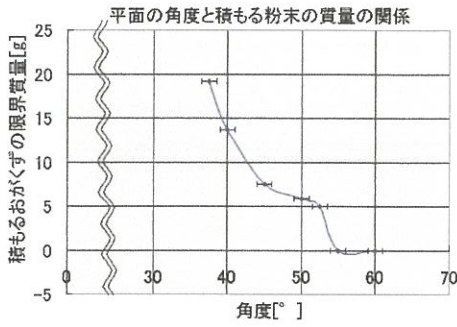
[図 17]



[図 18]

性質 3: 60°は、「降らせても PET 板の上に全く載らない」というタイプである。PET 板に触れても落ちるものだ。

これら 3 つのタイプが、少なくともおがくずについてはあることがわかり、その境界を知るため実験を進めた。おがくずについてこれらをグラフにしたのが[図 19]である。



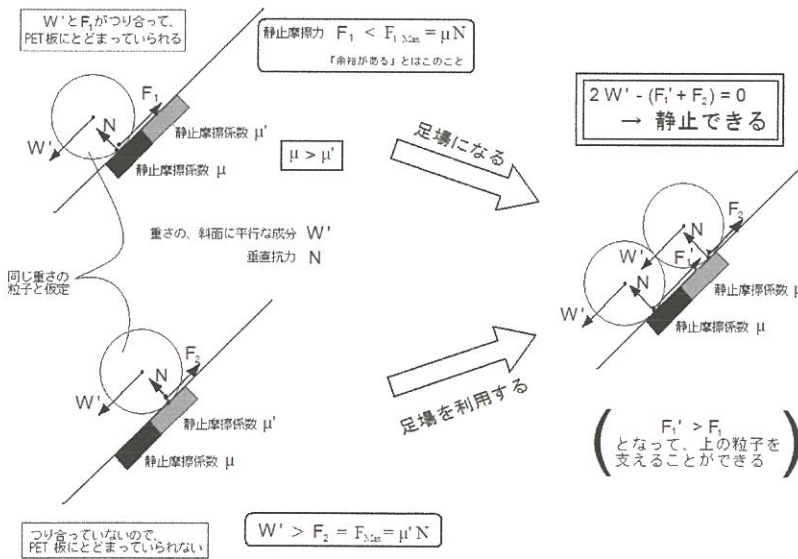
[図 19]

不自然な曲線に見えるが、これは以下のように解釈することができる。

「積もる」というのは、面に直接接触した状態で静止している粉末の上に、別の粉末が載ることである。つまり、この実験で積もらせるためには、まず PET 板におがくずが付着しなければならない。そうすれば、面と粒子は滑りやすくても、粒子どうしなら繊維状の引っかかりなどの原因からくっつきやすいため、最初に付着したおがくずを足場にしてさらに積もっていく、ということができる。

さらに厳密には、必ずしもそうといえない場合（つまり、粒子1つなら PET 板にくっついていられたのに、別の粒子の足場にされたことで PET 板に対して水平な方向に押す力が与えられ、どちらの粒子も動き出し、落ちてしまうという場合）もあるが、足場にされたほうはもともとほんの少し余裕があり、足場を利用して積もったほうはほんの少しとどまる力が足りなかった、という程度の静止摩擦力の違いしかないため、足場にされてどちらも落ちる、ということは2粒子だけ考えればあまり起こらないことなのではないかと考えた（[図 20]を参照）。

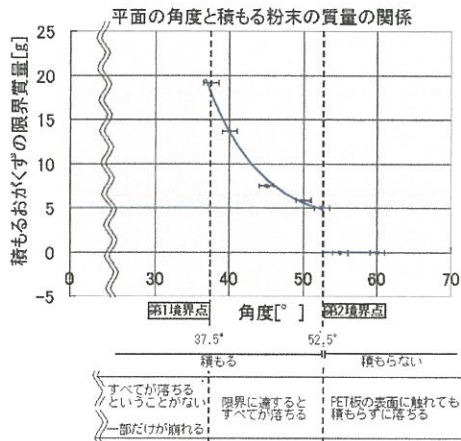
※複雑になるので、略している力もあります



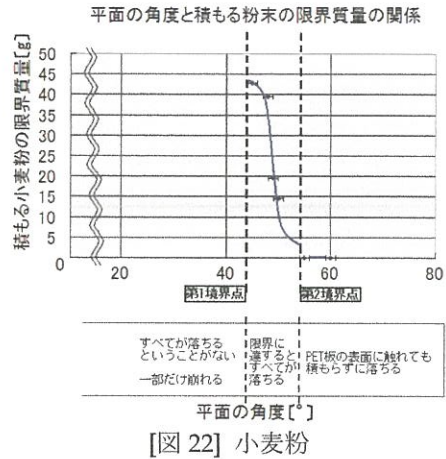
[図 20]

つまり、最初におがくずが付着するか、付着しないかによって、そのあとに連続的に積もっていくか、全く積もらないかが決まる。このため、グラフは連続的に変化せず、境界で断絶したような形状になっていると考えられるということである。

[図 21]と[図 22]はこれを踏まえて実験 1-1, 2-1 を整理したものである。



[図 21] おがくず



[図 22] 小麦粉

粉体の粒径と積もる粉体の質量の関係 (実験 1-2)

実験結果から、差は 0.1g となっていて大きな差はないように見える。

粒径が小さいほど、流体のようなふるまいを見せ、積もった粉体の塊の一部だけが切り離されて崩れやすくなると考えられる。しかしこれに対するように、粒径が大きく、さらにおがくずのように互いに引っかかりやすい繊維状のものを持っているものは特に、積もった粉体全体がひとかたまりになったようになり、一部に崩れるような力が働くと切り離されずに塊と PET 板の境界に滑らず力が働く。これらの理由から、粒径については相関が小さいと考えた。今後の実験では、**1**、粒径 0.3mm - 1.0mm、**2**、粒径 ≤ 0.3mm に分類したおがくずを使用して、角度や試料の形状と粒径の関係を調べる。

様々な形状の面に積もる小麦粉の全体の形の観察 (実験 1-3, 2-2)

試料 1

屋根の端のつらら群を再現した実験では、通常の状態の平面に比べて 0.7g(7.5g の約 9%)多く積もった。全体がズレようとする端の PET 板が止めるため、力がつりあうことができると考えられる。前述のとおり、雪は全体でひとつの塊のように振舞うことがあるため、このような引っ掛かりがあると塊全体が止められ、おがくずよりも大きな影響を受けると考えられる。

試料 2

ここで、実施した思考実験を掲載する。

もし、しっかりととがった三角形におがくずを人為的に整形して積もらせたところに上からまたおがくずを降らせたら？

➡ とがった部分には、上から降ってきたおがくずが積もることでバランスを崩して倒れたり、侵食されたりして、丸くなってしまおうだろう。

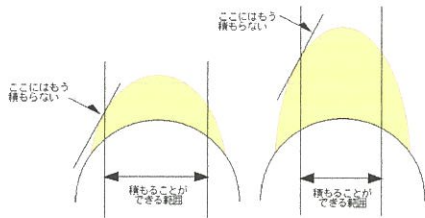
今回の実験に話を戻して、もともと何もない直角二等辺三角形に積もらせたが、同じように丸く積もった。このことから、おがくずや雪といった粉体には、積もった表面の形がある決まった形からずれると、ずれた部分を侵食し、決まった形 (全体が丸みを帯びた形) になるように積もる性質があると考えられる。

試料 3

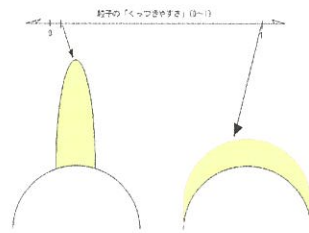
[図 12]を見ると、おがくずが積もる端の点における接線の傾きは左側が 53°、右側が 55°で、平均は 54°である。これは実験 1-1 で調べた第 2 境界点([図 21]参照)に誤差の範囲で一致し、限界角度については平面を球面に応用できることを示す。しかし平面に積もっていくおがくずの表面は常に平面なのに対して、円柱の側面では既に積もっているおがくずの表面の角度も変化するため、[図 23]のように積もる範囲が限定

されていき、縦に長い形になることがわかる。

もし、「触れたところには必ず付着する（積もる確率 1）」という性質を持った粒子があるとして、それを真上から円柱に降らせた場合、積もったその粒子の表面は円の形をそのまま上に平行移動させたものであり、いくら積もらせてもその形は変わらないだろう。よって円柱に積もった粒子の表面の形の細長さは、その粒子が積もる限界角度(=積もる確率 0 となる角=粒子の摩擦角)で決まると考えられる。そのイメージは[図 24]である。

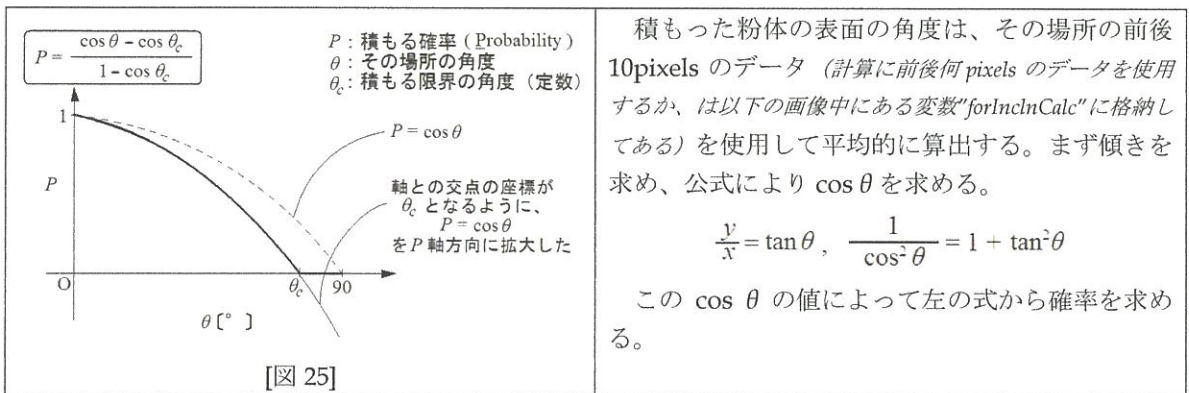


[図 23] 積もるイメージ

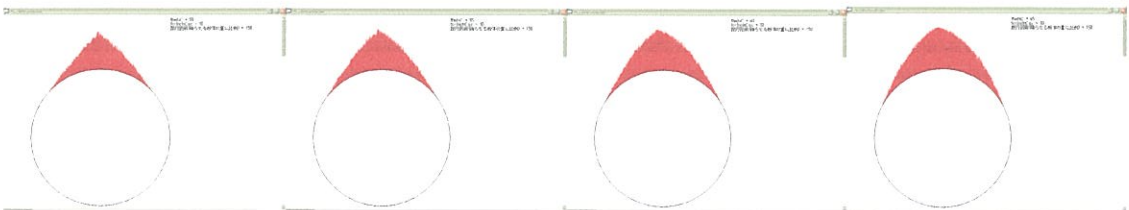


[図 24] 積もるイメージ

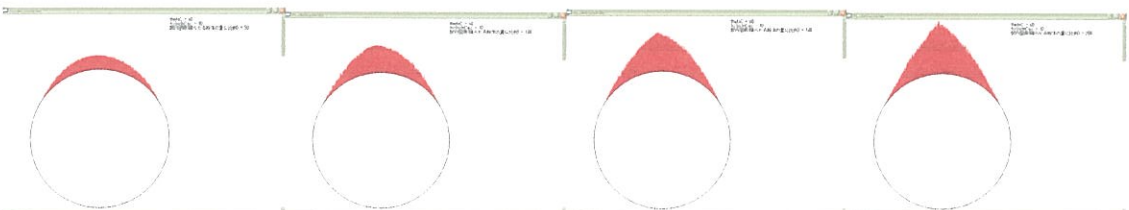
角度と対応する積もる確率がわかれば、形状についての簡単な傾向を PC でシミュレーションできると考え、C 言語で Win32API を使い（環境：Microsoft Visual C++ Express 2010）、シミュレーションした。ただしこれは仮定した数学的モデルをもとに計算を実行する方法であり、粒子一つ一つに対して物理演算を行うものではない。複数の数学的モデルを考案したが、実行したのは以下のものだ。



[図 25]



[図 26] 粒子の積もる限界の角度 θ_c : 50, 55, 60, 65°（試行回数 150）



[図 27] 試行回数 50→200。積もらせていくと尖りが強くなっていく ($\theta_c = 60^\circ$)

VI. 結論

- ・ 粉体が平面に積もるときの様子は、平面の角度が水平に近いほうから、「積もるものの崩れるのは一部だけ」、「積もり、限界を迎えるとすべて落ちる」、「積もらない」の3種類の特性を持つ。
- ・ 屋根の端のつららを再現した、斜面の下に引っかかりのある平面では、それが積もった粉末全体を止めるように働くため通常より大きく積もる(おがくずでは、45°のとき7.48g→8.18g)。この傾向は、「粒子どうしのくっつきやすさ」が大きいほど大きくなると考えられる。
- ・ 三角屋根のようにとがった形状に粉体が降ると、もともと積もっていた粉体に侵食するなどの働きかけを行い、積もった粉体全体が決まった形状になるように積もる作用がある。すると[図 8]に示すように滑らかな曲面を描いて積もる。
- ・ 円柱の側面の形状に積もる粉体は、粉体全体の表面の角度の変化により、だんだんと縦長になっていく。この形状は粒子単体の摩擦角が小さいほど、多く積もらせるほど縦長になる。
- ・ 積もる面の表面に、微細な条件によっておがくずが積もりやすいところとそうでないところがあった状態で、おがくずを薄く積もらせると、ほぼ一定間隔の波のような模様ができる。これは[図 20]にあるような、粒子にとっての「足場」が存在するためである。

VII. 今後の展望

- ・ あらかじめ粒径によって選別したおがくずを使用し、粒径の違いによる影響を考察する。
- ・ 小麦粉はおがくずに比べて、平面に積もらせた時の表面の波うちや等しい条件下でのデータのばらつきが大きく、まだ不安が残るため、精密な実験を続ける。
- ・ シミュレーションでは、考案した一つの数学的モデルを用いて計算を実行したが、一度決まった場所で積もらなかった粒子については、別の場所で積もることを考慮していない(しかし一度積もらなかった粒子は速度を持つので、さらにきつい角度の場所で積もる確率は極端に低くなると考えた)などの問題があり、現実の実験と形状を比較し、正しい数学的モデルを導く。

VIII. 学校外のご協力

今回実験に使用したおがくずは、下記2社に頂いたため、感謝する。

有限会社 藤原木型製作所 様(江東区亀戸 5-38-5)

株式会社 角重 様(江東区亀戸 3-43-20)

また、上記2社に交渉して頂いた祖父・橋本清孝様へも感謝する。